



Lời nói đầu

Cuốn sách “**Làm chủ kiến thức Toán bằng sơ đồ tư duy lớp 9 - Luyện thi vào 10: Phần Đại số và thống kê**” là tài liệu học tập hữu ích dành cho học sinh lớp 9, giúp các em nắm vững kiến thức một cách hiệu quả.

Sách được biên soạn theo chương trình sách giáo khoa mới, hệ thống kiến thức được trình bày một cách logic, khoa học, có sơ đồ tư duy trực quan, sinh động. Nhờ vậy, học sinh có thể dễ dàng nắm bắt các khái niệm toán học một cách tổng quan, từ đó liên hệ và vận dụng vào giải bài tập một cách hiệu quả.

Nội dung cuốn sách “**Làm chủ kiến thức Toán bằng sơ đồ tư duy lớp 9 - Luyện thi vào 10: Phần Đại số và thống kê**” có gì đặc biệt?

- » Gợi mở kiến thức bằng sơ đồ tư duy giúp các em học sinh dễ dàng ghi nhớ nhanh chóng và hiệu quả.
- » Bài tập trắc nghiệm ôn luyện kiến thức.
- » Các bài tập trắc nghiệm giúp các em nhận biết và thông hiểu kiến thức cơ bản và khắc sâu kiến thức.
- » Bài tập tự luận theo năng lực từ cơ bản đến nâng cao.
- » Các bài tập tự luận được phân dạng từ cơ bản đến nâng cao giúp các em rèn luyện và từng bức học giỏi Toán mỗi ngày.
- » Phần đáp án chi tiết các em xem thêm trên app TKBooks.

Các tác giả mong muốn cuốn sách là một bộ tài liệu đầy đủ giúp các em học sinh ôn luyện hiệu quả để nâng cao kỹ năng giải toán chinh phục kì thi vào 10 đạt kết quả cao.

Trong quá trình biên soạn không tránh khỏi những thiếu sót, các tác giả mong nhận được sự góp ý của các thầy cô cùng các em học sinh.

Các tác giả



Phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ hai phương trình bậc nhất
hai ẩn

Giải bài toán bằng cách lập hệ
phương trình

Hệ hai phương trình bậc nhất
hai ẩn

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Phương trình quy về phương
trình bậc nhất một ẩn

Bất đẳng thức và tính chất

Bất phương trình bậc nhất
một ẩn

$$A(x) \cdot B(x) = 0,$$

suy ra $A(x) = 0$

hoặc $B(x) = 0$.

CHƯƠNG I: Phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn



LÀM CHỦ KIẾN THỨC TOÁN 9 ĐẠI SỐ VÀ THỐNG KÊ

CHƯƠNG II: Phương trình và bất phương trình bậc nhất

Chương III. Căn bậc hai, căn bậc ba

Căn bậc hai và căn thức bậc hai

Khai căn bậc hai với phép nhân
và phép chia

Biến đổi đơn giản và rút gọn
biểu thức chứa căn bậc hai

Căn bậc ba và căn thức bậc ba

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

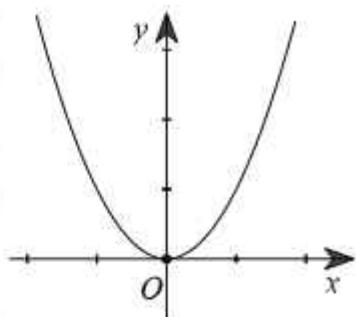
Chương IV. Hàm số bậc hai

Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Phương trình bậc hai một ẩn

Định lý Viète và ứng dụng

Giải bài toán bằng cách lập
phương trình



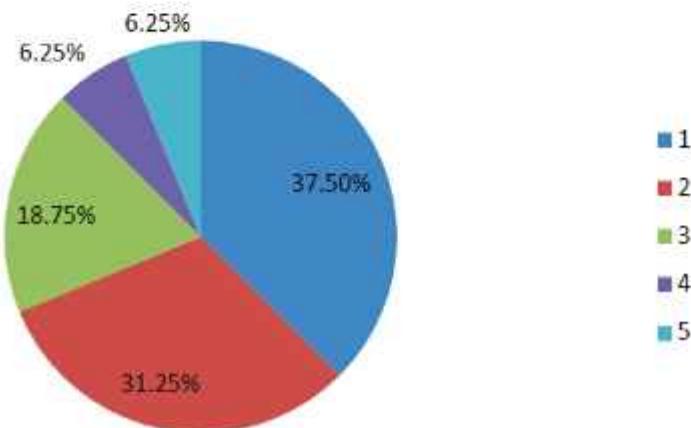
Chương V. Tân số và tần số tương đối

Bảng tần số tương đối và biểu đồ
tần số tương đối

Phân tích số liệu thống kê dựa vào
biểu đồ

Bảng tần số tương đối ghép nhóm
và biểu đồ

Tần số tương đối số bàn thắng



CHƯƠNG I: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



BÀI 1. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn.

» Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức có dạng $ax + by = c$ (1)

Trong đó a,b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$)

» Nếu tại $x = x_0$ và $y = y_0$ ta có $ax_0 + by_0 = c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1).

» Mọi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm.

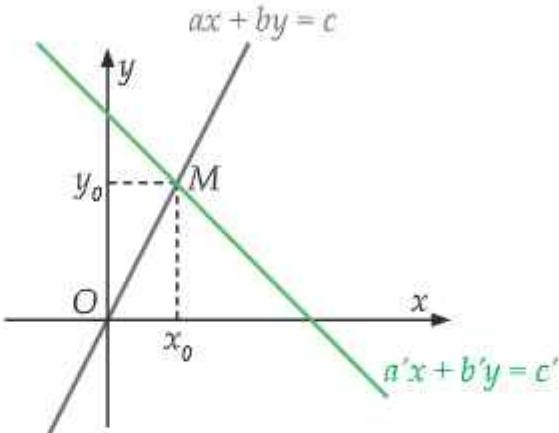
» Nhận xét: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ là một đường thẳng. Đường thẳng đó gọi là đường thẳng $ax + by = c$.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

» Một cặp gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ và $a'x + b'y = c'$ được gọi là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Ta thường viết hệ phương trình đó dưới dạng: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ (*)

» Mọi cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ (*) nếu nó đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ (*)

- Lưu ý: Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình (*) có nghĩa là điểm $M(x_0; y_0)$ vừa thuộc đường thẳng $d_1: ax + by = c$, vừa thuộc đường thẳng $d_2: a'x + b'y = c'$.



Vậy điểm M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

II. LÀM CHỦ CÁC ĐẠNG TOÁN

A. Các dạng toán

Dạng 1

Nhận diện phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Phương pháp:

- Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng $ax + by = c$, trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).
- Một cặp gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ và $a'x + b'y = c'$ được gọi là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn và ta viết dưới dạng $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1:

Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Trong trường hợp phương trình là phương trình bậc nhất hai ẩn, hãy chỉ rõ các hệ số của phương trình.

a) $2x + 5y^2 = -2$.

b) $\frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = -\frac{5}{6}$.

c) $xy - x = -2$.

d) $2(x+y) - 3(x-y) = 0$.

e) $\frac{3}{x} + y = -2$.

f) $(2x-1)(y-2) = 2xy$.

Hướng dẫn giải

a) Phương trình $2x + 5y^2 = -2$ không là phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Ta có $\frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = -\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = -\frac{5}{6}$.

Do đó phương trình $\frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = -\frac{5}{6}$ là phương trình bậc nhất hai ẩn có các hệ

số là $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{2}{3}; c = -\frac{5}{6}$.

c) Phương trình $xy - x = -2$ không là phương trình bậc nhất hai ẩn.

d) Ta có $2(x+y) - 3(x-y) = 0 \Rightarrow 2x + 2y - 3x + 3y = 0 \Rightarrow -x + 5y = 0$.

Do đó phương trình $2(x+y) - 3(x-y) = 0$ là phương trình bậc nhất hai ẩn có các hệ số là $a = -1; b = 5; c = 0$.

e) Phương trình $\frac{3}{x} + y = -2$ không là phương trình bậc nhất hai ẩn.

f) Ta có $(2x-1)(y-2) = 2xy \Rightarrow 2xy - 4x - y + 2 = 2xy \Rightarrow 4x + y = 2$.

Do đó phương trình $(2x-1)(y-2) = 2xy$ là phương trình bậc nhất hai ẩn có các hệ số là $a = 4; b = 1; c = 2$.

Ví dụ 2:

Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ phương trình nào không phải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn? Vì sao?

a) $\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} 2x + 3 = 0 \\ 3y - 4 = 0 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} 3y - 2x = 2 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$.

d) $\begin{cases} y - x = -4 \\ z + x = 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$.

Vì $3x - 2y = -1$ và $2x + y = -1$ là hai phương trình bậc nhất hai ẩn x, y

nên hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Ta có $\begin{cases} 2x + 3 = 0 \\ 3y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = -3 \\ 3y = 4 \end{cases}$.

Vì $2x = -3$ và $3y = -4$ là hai phương trình bậc nhất hai ẩn x, y nên hệ

phương trình $\begin{cases} 2x = -3 \\ 3y = 4 \end{cases}$ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Vậy hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3 = 0 \\ 3y - 4 = 0 \end{cases}$ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) Hệ phương trình $\begin{cases} 3y - 2x = 2 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$ không là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vì

phương trình $0x + 0y = 0$ không là phương trình bậc nhất hai ẩn.

d) Hệ phương trình $\begin{cases} y-x=-4 \\ z+x=1 \end{cases}$ không là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn vì phương trình $y-x=-4$ là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y còn phương trình $z+x=1$ là phương trình bậc nhất hai ẩn x, z .

Ví dụ 3:

Chứng minh các phương trình sau là phương trình bậc nhất hai ẩn với mọi giá trị của tham số m

a) $(m^2 + 1)x - (m^2 - 2m + 2)y = 2m.$

b) $(m^2 - 6m + 9)x + 2m^2y = 2.$

Hướng dẫn giải

a) Ta có $m^2 + 1 \geq 1 > 0$ với mọi m ;

$$-(m^2 - 2m + 2) = -[(m-1)^2 + 1] \leq -1 < 0 \text{ với mọi } m.$$

Suy ra với mọi giá trị của m thì $m^2 + 1$ và $m^2 - 2m + 2$ đều khác 0 nên phương trình $(m^2 + 1)x - (m^2 - 2m + 2)y = 2m$ là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có các hệ số là $a = m^2 + 1$; $b = -(m^2 - 2m + 2)$; $c = 2m$.

b) Ta có $m^2 - 6m + 9 = (m-3)^2 \geq 0$. Dấu " $=$ " xảy ra khi $m = 3$.

$$2m^2 \geq 0. \text{ Dấu " $=$ " xảy ra khi } m = 0.$$

Suy ra với mọi giá trị của m thì $m^2 - 6m + 9$ và $2m^2$ không đồng thời bằng 0 nên phương trình $(m^2 - 6m + 9)x + 2m^2y = 2$ là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có các hệ số là $a = m^2 - 6m + 9$; $b = 2m^2$; $c = 2$.

Dạng 2**Tìm nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn****1. Phương pháp:**

Bài toán 1. Xét cặp số $(x_0; y_0)$ có là nghiệm của phương trình $ax + by = c$ không?

 **Phương pháp giải**

Thay $x = x_0$, $y = y_0$ vào phương trình ta được $ax_0 + by_0 = c$ (*).

Nếu đẳng thức (*) đúng thì cặp $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

Nếu đẳng thức (*) sai thì cặp $(x_0; y_0)$ không phải là nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

Bài toán 2. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình $ax + by = c$.

 **Phương pháp giải**

Nếu $a \neq 0$ thì tìm x theo y : suy ra $x = \frac{c - by}{a}$,

công thức nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x = \frac{c - by}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Nếu $b \neq 0$ thì tìm y theo x : suy ra $y = \frac{c - ax}{b}$,

công thức nghiệm tổng quát là $\begin{cases} y = \frac{c - ax}{b} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$.

 **Ví dụ 1:**

Cho phương trình $5x + 4y = 8$. Xét xem các cặp số $(x; y)$ sau có là nghiệm của phương trình không?

$$(0; 2); (-1; 0); (4; -3); (-2; 1).$$

➤ Hướng dẫn giải

Các cặp số $(0;2); (4;-3)$ là nghiệm của phương trình $5x + 4y = 8$.

Vì $5.0 + 4.2 = 8$ và $5.4 + 4.(-3) = 8$.

Các cặp số $(-2;1); (-1;0)$ không phải là nghiệm của phương trình $5x + 4y = 8$. Vì $5.(-2) + 4.1 = -6 \neq 8$ và $5.(-1) + 4.0 = -5 \neq 8$.

☒ Ví dụ 2:

Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau:

a) $2x - 3y = 1$.

b) $3x - y = 2$.

➤ Hướng dẫn giải

a) Ta có $2x - 3y = 1$ suy ra $x = \frac{3y+1}{2}$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x = \frac{3y+1}{2} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$.

b) Ta có $3x - y = 2$ suy ra $y = 3x - 2$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$.

2. Các ví dụ:

☒ Ví dụ 1:

Trong các cặp số $(x;y)$ sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$?

$$(2;2); (-1;1); \left(-3; -\frac{14}{3}\right); \left(\frac{1}{2}; 0\right); \left(-\frac{2}{3}; -1\right); \left(\frac{4}{3}; \frac{10}{9}\right).$$

➤ Hướng dẫn giải

Xét $(x;y) = (2;2)$, thay $x = 2$; $y = 2$ vào phương trình ta được $4.2 - 3.2 = 2$.

Suy ra $(x;y) = (2;2)$ là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Xét $(x; y) = (-1; 1)$,

thay $x = -1; y = 1$ vào phương trình ta được $4(-1) - 3 \cdot 1 = -7 \neq 2$.

Suy ra $(x; y) = (-1; 1)$ không là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Xét $(x; y) = \left(-3; -\frac{14}{3}\right)$,

thay $x = -3; y = -\frac{14}{3}$ vào phương trình ta được $4(-3) - 3\left(-\frac{14}{3}\right) = 2$.

Suy ra $(x; y) = \left(-3; -\frac{14}{3}\right)$ là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Xét $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$,

thay $x = \frac{1}{2}; y = 0$ vào phương trình ta được $4 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 0 = 2$.

Suy ra $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; 0\right)$ là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Xét $(x; y) = \left(-\frac{2}{3}; -1\right)$,

thay $x = -\frac{2}{3}; y = -1$ vào phương trình ta được $4\left(-\frac{2}{3}\right) - 3(-1) = \frac{1}{3} \neq 2$.

Suy ra $(x; y) = \left(-\frac{2}{3}; -1\right)$ không là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Xét $(x; y) = \left(\frac{4}{3}; \frac{10}{9}\right)$,

thay $x = \frac{4}{3}; y = \frac{10}{9}$ vào phương trình ta được $4 \cdot \frac{4}{3} - 3 \cdot \frac{10}{9} = 2$.

Suy ra $(x; y) = \left(\frac{4}{3}; \frac{10}{9}\right)$ là nghiệm của phương trình $4x - 3y = 2$.

Ví dụ 2:

Cho phương trình $3x + 5y = 7$.

a) Tìm nghiệm tổng quát của phương trình.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

Hướng dẫn giải

a) Ta có $3x + 5y = 7$, suy ra $5y = 7 - 3x$, suy ra $y = \frac{7 - 3x}{5}$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{7 - 3x}{5} \end{cases}$.

b) Phương trình có nghiệm nguyên khi $x \in \mathbb{Z}$ và $\frac{7 - 3x}{5} \in \mathbb{Z}$

Suy ra $(7 - 3x) : 5$, suy ra $2(7 - 3x) : 5$ hay $14 - 6x : 5$.

Mà $14 - 6x = (15 - 5x) - (x + 1)$ nên $(x + 1) : 5$ (do $(15 - 5x) : 5$)

Suy ra x chia 5 dư 4 hay $x = 5k + 4$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Khi đó $y = \frac{7 - 3x}{5} = \frac{7 - 3(5k + 4)}{5} = \frac{7 - 15k - 12}{5} = -3k - 1$.

Vậy phương trình có nghiệm nguyên là $(x; y) = (5k + 4; -3k - 1)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 3:

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $2x + 5y = 9$ (2).

Hướng dẫn giải

Từ $2x + 5y = 9$ với x và y là các số nguyên dương ta suy ra $0 < 5y < 9$.

Suy ra $0 < y < 2$. Do đó $y = 1$.

Thay $y = 1$ vào phương trình $2x + 5y = 9$, ta được $2x + 5.1 = 9$,

suy ra $x = 2$.

Vậy nghiệm nguyên dương của phương trình là $(x; y) = (2; 1)$.

Dạng 3

Xác định cặp số $(x; y)$ cho trước có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn hay không?

1. Phương pháp:

Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ nếu nó đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình trong hệ.

2. Các ví dụ:**Ví dụ 1:**

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$. Xác định xem các cặp số $(x; y)$ sau đây có là nghiệm của hệ phương trình hay không?

- a) $(2; 3)$. b) $(3; -2)$. c) $(1; 1)$.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 2; y = 3$ vào phương trình $3x + 2y = 5$, ta được:

$$3.2 + 2.3 = 5 \text{ suy ra } 12 = 5 \text{ (vô lý).}$$

Do đó cặp số $(x; y) = (2; 3)$ không là nghiệm của phương trình $3x + 2y = 5$.

Suy ra cặp số $(x; y) = (2; 3)$ không là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

b) Thay $x = 3; y = -2$ vào phương trình $3x + 2y = 5$,

$$\text{ta được: } 3.3 + 2.(-2) = 5 \text{ (đúng).}$$

Do đó cặp số $(x; y) = (3; -2)$ là nghiệm của phương trình $3x + 2y = 5$.

Thay $x = 3; y = -2$ vào phương trình $2x - y = 1$,

$$\text{ta được: } 2.3 - (-2) = 1 \text{ suy ra } 8 = 1 \text{ (vô lý).}$$

Do đó cặp số $(x; y) = (3; -2)$ không là nghiệm của phương trình $2x - y = 1$.

Suy ra cặp số $(x; y) = (3; -2)$ không là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

c) Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình $3x + 2y = 5$,

ta được: $3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5$ (đúng).

Do đó cặp số $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm của phương trình $3x + 2y = 5$.

Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình $2x - y = 1$,

ta được: $2 \cdot 1 - 1 = 1$ (đúng).

Do đó cặp số $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm của phương trình $2x - y = 1$.

Suy ra cặp số $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Dạng 4

Biểu diễn tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ

1. Phương pháp:

Xét phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$.

- » Nếu $a = 0; b \neq 0$ thì tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $y = \frac{c}{b}$.
- » Nếu $a \neq 0; b = 0$ thì tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $x = \frac{c}{a}$.
- » Nếu $a \neq 0; b \neq 0$ thì tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1:

Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm của phương trình đó trên mặt phẳng toạ độ

a) $0x + 3y = 6$.

b) $\frac{1}{2}x - 0y = 2$.

c) $x - 2y = 0$.

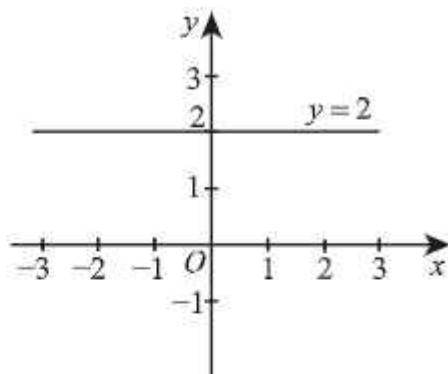
d) $3x + y = 1$.

Hướng dẫn giải

a) $0x + 3y = 6 \Rightarrow y = 2.$

Vậy phương trình có nghiệm tông
quát là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2 \end{cases}.$

Tập nghiệm của phương trình
 $0x + 3y = 6$ biểu diễn trên mặt
phẳng toạ độ là đường thẳng $y = 2$.
Đồ thị hàm số như hình vẽ.

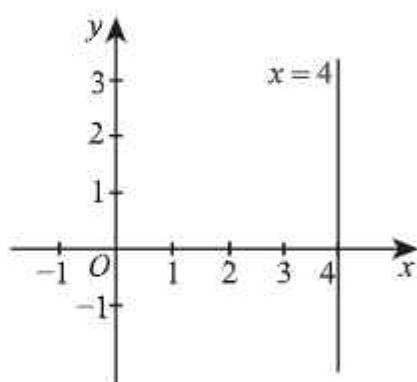


b) $\frac{1}{2}x - 0y = 2 \Rightarrow x = 4.$

Vậy phương trình có nghiệm tông
quát là $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 4 \end{cases}.$

Tập nghiệm của phương trình
 $\frac{1}{2}x - 0y = 2$ biểu diễn trên mặt
phẳng toạ độ là đường thẳng $x = 4$.

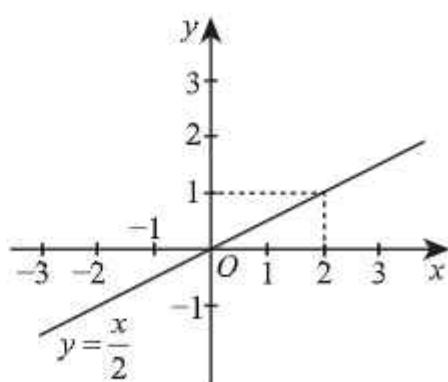
Đồ thị hàm số như hình vẽ



c) $x - 2y = 0 \Rightarrow y = \frac{x}{2}.$

Vậy phương trình có nghiệm tông
quát là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}.$

Tập nghiệm của phương trình
 $x - 2y = 0$ biểu diễn trên mặt phẳng
toạ độ là đường thẳng $y = \frac{x}{2}$. Đồ thị
hàm số như hình vẽ



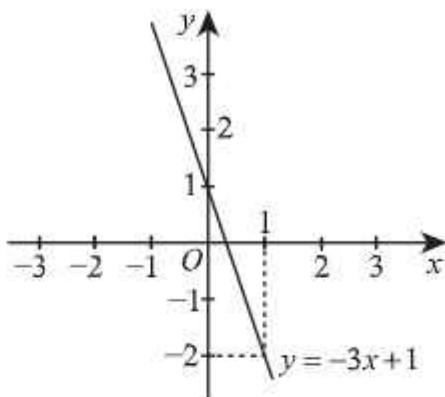
d) $3x + y = 1 \Rightarrow y = -3x + 1$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng

quát là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -3x + 1 \end{cases}$.

Tập nghiệm của phương trình $3x + y = 1$ biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $y = -3x + 1$.

Đồ thị hàm số như hình vẽ



Ví dụ 2:

Cho hai phương trình $x + 2y = 5$ và $x - y = -1$.

a) Biểu diễn tập nghiệm của cả hai phương trình trên cùng một mặt phẳng toạ độ.

b) Xác định toạ độ giao điểm của hai đường thẳng trên và cho biết toạ độ giao điểm là nghiệm của phương trình nào?

c) Em có nhận xét gì về toạ độ giao điểm của hai đường thẳng và nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$?

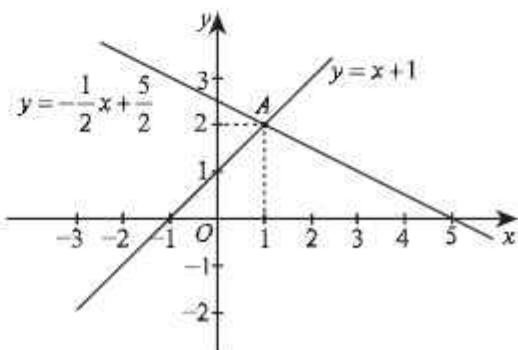
Hướng dẫn giải

a) Tập nghiệm của phương trình

$x + 2y = 5$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Tập nghiệm của phương trình $x - y = -1$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ là đường thẳng $y = x + 1$.

Đồ thị hai hàm số như hình vẽ



b) Từ hình vẽ, ta thấy toạ độ giao điểm của hai đường thẳng là $A(1; 2)$.

Vì $A(1; 2)$ thuộc cả hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ và $y = x + 1$ nên toạ độ điểm A là nghiệm của cả hai phương trình $x + 2y = 5$ và $x - y = -1$.

c) Vì toạ độ điểm A là nghiệm chung của hai phương trình $x + 2y = 5$ và $x - y = -1$ nên cũng là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$.

Dạng 5

Tìm giá trị của tham số để cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Phương pháp:

» Thay $x = x_0$ và $y = y_0$ vào phương trình, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn và tiến hành giải tìm tham số.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1:

Cho phương trình $(m-2)x + my = 4$ với m là tham số.

Tìm giá trị của m biết phương trình có một nghiệm là $(x; y) = (1; 1)$.

b) Với giá trị m tìm được ở câu a, tìm nghiệm tổng quát của phương trình và biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên mặt phẳng toạ độ.

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình $(m-2)x + my = 4$,

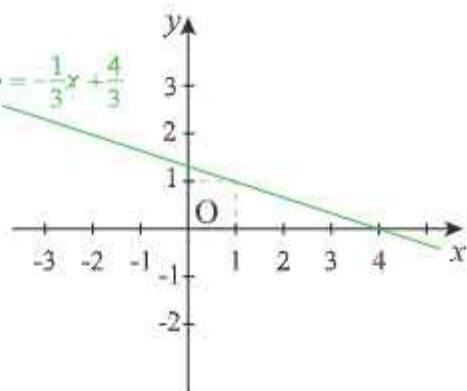
ta được $(m-2).1 + m.1 = 4 \Rightarrow m-2+m=4 \Rightarrow 2m=6 \Rightarrow m=3$.

Vậy với $m=3$ thì phương trình $(m-2)x + my = 4$ có một nghiệm là $(x; y) = (1; 1)$.

b) Với $m = 3$, phương trình trở thành

$$x + 3y = 4 \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình $x + 3y = 4$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.



Đồ thị hàm số như hình vẽ

Ví dụ 2:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m^2 - 1)x + y = 4 \\ mx - y = 1 \end{cases}$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Vì $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} (m^2 - 1)x + y = 4 \\ mx - y = 1 \end{cases}$

nên $(x; y) = (1; 1)$ là nghiệm chung của cả hai phương trình $(m^2 - 1)x + y = 4$ và $mx - y = 1$.

Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình $(m^2 - 1)x + y = 4$, ta được $(m^2 - 1).1 + 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m \in \{-2; 2\}$.

Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình $mx - y = 1$, ta được $m.1 - 1 = 1 \Rightarrow m = 2$.

Từ đó, suy ra $m = 2$ là giá trị cần tìm.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN*** BÀI TẬP TRÁC NGHIỆM**

1.1: Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - y = 3$. B. $x + 2y + 1 = 0$.
 C. $-4y + 0x = 0$. D. $0x + 0y = 2$.

1.2: Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ 0x + 0y = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 4x + 3y = -5 \\ x = z \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.

1.3: Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x - 3y = 4$?

- A. $(4; 1)$. B. $(5; 2)$. C. $(-2; -3)$. D. $(-4; 4)$.

1.4: Cặp số $(x; y)$ nào dưới đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x + y = -2 \end{cases}$?

- A. $(-1; -1)$. B. $(0; -3)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-3; 1)$.

1.5: Phương trình $3x - y = 6$ có công thức nghiệm tổng quát là

- A. $\begin{cases} y = 3x + 6 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = 3x + 6 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = 3x - 6 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

*** BÀI TẬP TỰ LUẬN MỨC ĐỘ CƠ BẢN**

1.6: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Nếu là phương trình bậc nhất hai ẩn, xác định các hệ số của phương trình

- a) $x - 6y = 7$. b) $x + y - z = 0$. c) $2x = -5$. d) $x - y + 3 = 0$.

1.7: Cho phương trình $3x - 2y = 5$. Trong các cặp số $(x; y)$ sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình?

$$(2;1); \left(2;\frac{1}{2}\right); (-1;-4); (5;5); (4;2); (-2;-5).$$

1.8: Tìm nghiệm tổng quát của mỗi phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm của phương trình đó trên mặt phẳng tọa độ

a) $0x + v = 1$,

b) $3x + 0y = -6$.

c) $3x - y = 0$.

d) $4x + 2y = 6$.

1.9: Cho hai phương trình $2x - y = -3$ và $x - y = -1$.

a) Biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình trên cùng một mặt phẳng toạ độ.

b) Xác định nghiệm chung của hai phương trình.

❖ BÀI TẬP TƯ LUẬN MỨC ĐỘ VÂN DUNG

1.10: Xác định giá trị của m để cặp số $(x; y) = (1; m+2)$ là nghiệm của phương trình $x - y = 2$.

1.11: Tìm nghiệm nguyên của các phương trình sau

$$a) 2x - 5y = 10.$$

b) $7x + 4y = 13$.

c) $3x - 2y = 1$,

1.12: Cho phương trình $3x - 2y = 5m^2 - 1$ với m là tham số.

a) Tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

b) Với giá trị m tìm được ở câu a, xác định các nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn $10 < y \leq 20$.

1.13: Trên một đoạn đường phố thẳng dài 100 m, một đội công nhân lắp đường ống dẫn nước. Có hai loại ống, một loại dài 3 m, một loại dài 5 m. Hỏi có bao nhiêu cách lắp các ống nước trên đoạn đường đó (giả sử các mối nối không đáng kể)?

1.14: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + m^2y = 3 \\ m^2x - 2my = -12 \end{cases}$ với m là tham số. Tìm giá trị

của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-2; 1)$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

1.15: Chứng minh các phương trình sau là phương trình bậc nhất hai ẩn x, y với mọi giá trị của tham số m .

- $(-m^2 - 3m - 3)x + 2m^2y = -5$.
- $(m^2 + 10m + 25)x - (4m^2 + 12m + 9)y = -3m$.



BÀI 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. LÝ THUYẾT

1. Phương pháp thế

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

- » **Bước 1:** Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa 1 ẩn.
- » **Bước 2:** Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Nhận xét: Tùy theo hệ phương trình ta có thể lựa chọn cách biểu diễn x theo y hoặc biểu diễn y theo x .

* **Chú ý:** Giải và biện luận phương trình $ax + b = 0$.

- » Nếu $a \neq 0$ suy ra $x = \frac{-b}{a}$.
- » Nếu $a = 0, b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.
- » Nếu $a = 0, b = 0$ thì phương trình vô số nghiệm.

BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG I**❖ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

I.1: Tất cả các nghiệm của phương trình $(x+3)(2x-6)=0$ là:

- A. $x = -3$.
 B. $x = 3$.
 C. $x = 3$ hay $x = -3$.
 D. $x = 2$.

I.2: Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+3}{x-4} + 2 = \frac{1}{x-3}$.

- A. $x \neq 4$.
 B. $x \neq 3$.
 C. $x \neq 4$ và $x \neq 3$.
 D. $x = 4$ và $x = 3$.

I.3: Nghiệm của phương trình $\frac{x+2}{x-4} - 1 = \frac{30}{(x+3)(x-4)}$ là:

- A. $x = 2$.
 B. $x = -3$.
 C. $x = 4$.
 D. $x = -2$.

I.4: Phương trình nào sau đây không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $5x - y = 3$.
 B. $\sqrt{5}x + 0y = 0$.
 C. $0x - 4y = \sqrt{6}$.
 D. $0x + 0y = 12$.

I.5: Đường thẳng biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $3x - y = 2$?

- A. vuông góc với trục tung.
 B. vuông góc với trục hoành.
 C. đi qua gốc tọa độ.
 D. đi qua điểm $A(1;1)$.

I.6: Cặp số $(-2; -3)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$.

I.7: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$ bằng phương pháp thế, ta được nghiệm là:

- A. $(x; y) = (-1; 0)$. B. $(x; y) = (2; 3)$.
 C. $(x; y) = (2; 1,5)$. D. $(x; y) = (-1; 5)$.

I.8: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 0,4x - 1,5y = -3,7 \\ 3,5x + 3y = 16 \end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số, ta được nghiệm là

- A. $(x; y) = (0,5; 4)$. B. $(x; y) = (2; 3)$.
 C. $(x; y) = (2,3; 1,5)$. D. $(x; y) = (-1; 5)$.

I.9: Cho phương trình $4x - 3y = 16$. Cặp số $(x; y)$ nào sau đây là nghiệm của phương trình trên?

- A. $(x; y) = (1; 3)$. B. $(x; y) = (1; -4)$.
 C. $(x; y) = (2; 3)$. D. $(x; y) = (-2; 5)$

I.10: Một lượng thịt bò chứa 26 g protein, một lượng thịt cá chứa 22 g protein. Bác An dự định chi bò sung 70 g protein từ thịt bò và thịt cá trong một ngày. Gọi x, y lần lượt là số lượng thịt bò, số lượng thịt cá mà bác An ăn trong một ngày. Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y đáp ứng nhu cầu bổ sung protein là:



- A. $22x + 26y = 70$. B. $26x + 22y = 70$.
 C. $22x - 26y = 70$. D. $26x - 22y = 70$.

❖ BÀI TẬP TỰ LUẬN

I.1: Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}. \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}. \quad \text{c) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}. \quad \text{d) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}.$$

I.2: Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) A(1; 2) và B(3; 8). b) A(2; 1) và B(4; -2).

I.3: Cho hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2$ và $y = -2x - 1$.

- a) Xác định tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.
 b) Tọa độ của điểm A có là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ không?

I.4: Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 7 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$ (m là tham số)

- a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.
 b) Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình đã cho:
 i) Có nghiệm duy nhất;
 ii) Vô nghiệm;
 iii) Vô số nghiệm.

I.5: Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = 3 \\ x - my = 4 \end{cases}$ (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng hệ phương trình có nghiệm duy nhất với mọi giá trị của tham số m .
 b) Gọi $(x; y)$ là nghiệm duy nhất của hệ phương trình. Tìm các giá trị của m để:

i) $x + y = \frac{2m^2}{m^2 + 4} - 2$ ii) $\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$

Mục lục

CHƯƠNG I: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 1. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

16

I. LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn 16

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn 16

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN

A. Các dạng toán 17

B. Bài tập tự luyện 31

BÀI 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

33

I. LÝ THUYẾT

1. Phương pháp thế 33

2. Phương pháp cộng đại số 34

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN

A. Các dạng toán 34

B. Bài tập tự luyện 46

BÀI 3. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

49

I. LÝ THUYẾT

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 49

A. Các dạng toán 49

B. Bài tập tự luyện 69

BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG I

72

CHƯƠNG II: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

BÀI 1. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN 77

I. LÝ THUYẾT 77

1. Phương trình tích 77

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu 77

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 78

BÀI 2. BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÍNH CHẤT 96

I. LÝ THUYẾT 96

1. Bất đẳng thức 96

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng 97

3. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân 97

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 97

BÀI 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN 106

I. LÝ THUYẾT 106

1. Bất phương trình bậc nhất một ẩn 106

2. Quy tắc biến đổi bất phương trình 106

3. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn $ax + b < 0$ ($a > 0$): 107

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 107

A. Các dạng toán 107

B. Bài tập tự luyện 113

BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG II 117

CHƯƠNG III: CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

BÀI 1: CĂN BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC HAI 122

I. LÝ THUYẾT 122

1. Khái niệm về căn bậc hai 122



2 Căn thức bậc hai	122
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	123
A. Các dạng toán	123
B. Bài tập tự luyện	135
BÀI 2: KHAI CĂN BẬC HAI VỚI PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA	139
I. LÝ THUYẾT	139
1. Khai phương một tích	139
2. Khai phương một thương	139
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	139
A. Các dạng toán	139
B. Bài tập tự luyện	144
BÀI 3: BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN VÀ RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI	147
I. LÝ THUYẾT	147
A. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn bậc hai	147
B. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai	147
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	148
A. Các dạng toán	148
B. Bài tập tự luyện	157
BÀI 4: CĂN BẬC BA VÀ CĂN THỨC BẬC BA	160
I. LÝ THUYẾT	160
1. Căn bậc ba.	160
2. Các công thức cần nhớ.	160
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	160
A. Các dạng toán	160
B. Bài tập tự luyện	166
BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG III	169

CHƯƠNG IV: HÀM SỐ BẬC HAI

BÀI 1. HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 173

I. LÝ THUYẾT 173

1. Bảng giá trị 173

2. Đồ thị hàm số 173

3. Đỉnh, tính đối xứng 174

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 174

A. Các dạng toán 174

B. Bài tập tự luyện 177

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN 180

I. LÝ THUYẾT 180

1. Phương trình dạng $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 180

2. Phương trình dạng $ax^2 = c$ ($a \neq 0$). 180

3. Phương trình dạng $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$) 181

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 181

A. Các dạng toán 181

B. Bài tập tự luyện 184

BÀI 3. ĐỊNH LÝ VIETE VÀ ỨNG DỤNG 187

I. LÝ THUYẾT 187

1. Định lý Viète 187

2. Nhầm nhiệm phương trình bậc hai 187

3. Tìm hai số biết tổng và tích 187

II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN 188

A. Các dạng toán 188

B. Bài tập tự luyện 192

BÀI 4. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH	195
I. LÝ THUYẾT	195
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	196
A. Các dạng toán	196
B. Bài tập tự luyện	204
BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG IV	208
 CHƯƠNG V: TẦN SỐ VÀ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỔI	
BÀI 1. BẢNG TẦN SỐ TƯƠNG ĐỔI VÀ BIỂU ĐỒ TẦN SỐ TƯƠNG ĐỔI	213
I. LÝ THUYẾT	213
1. Tần số tương đối	213
2. Bảng tần số tương đối	213
3. Biểu đồ tần số tương đối	213
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	214
A. Các dạng toán	214
B. Bài tập tự luyện	219
BÀI 2. BẢNG TẦN SỐ, TẦN SỐ TƯƠNG ĐỔI GHÉP NHÓM VÀ BIỂU ĐỒ	224
I. LÝ THUYẾT	224
1. Bảng tần số ghép nhóm	224
2. Bảng tần số tương đối ghép nhóm	224
3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm	224
II. LÀM CHỦ CÁC DẠNG TOÁN	225
A. Các dạng toán	225
B. Bài tập tự luyện	233
BÀI TẬP ÔN LUYỆN CHƯƠNG V	238